

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

01.03.04 Прикладная математика

---

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

Математика информационных сред

---

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2023

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Канд. физ.-мат. н., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики

*Н.Б. Викторова*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 8 от 06.04.2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
2. Структура дисциплины .....	4
3. Содержание дисциплины .....	5
4. Образовательные технологии .....	6
5. Оценка планируемых результатов обучения .....	6
5.1 Система оценивания .....	6
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине .....	7
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	8
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	10
6.1 Список источников и литературы .....	10
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». ....	10
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы .....	11
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	11
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов .....	11
9. Методические материалы .....	12
9.1 Планы практических занятий .....	12
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины .....	15

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* обучение студента фундаментальным методам теории метрических пространств, теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях.

*Задачи дисциплины:* научить студента двойному зрению: с одной стороны следить за внутренней логикой развития теории множеств, общей теории непрерывных отображений метрических и топологических пространств, линейных пространств и функционалов и операторов на них, чистой теории меры и интегрирование в общих «пространствах с мерой», с другой – не упускать из виду обслуживаемую этими более абстрактными областями математики проблематику классического и даже прикладного анализа.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.3. Плановмерно следует определенной логике, ведущей к решению текущей задачи.	<i>Знать:</i> фундаментальные методы теории метрических пространств, основы теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях; <i>Уметь:</i> решать задачи функционального анализа с учетом прикладных задач; <i>Владеть:</i> навыками решения тематических задач курса.

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной», «Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных», «Теория числовых и функциональных рядов», «Общая алгебра и теория чисел», «Линейная алгебра».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Методы оптимизации», «Элементы  $p$ -адического анализа и его приложения к криптографии», «Теория кодирования».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
5	Лекции	18
5	Практические занятия	20
Всего:		38

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 106 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

#### I. Вводные понятия функционального анализа.

#### II. Метрические и топологические пространства:

метрическое пространство; непрерывные отображения метрических пространств; изометрия; предельная точка; замыкание; сходимости; полные подмножества; открытые и замкнутые множества; полные метрические пространства: теорема о вложенных шарах, теорема Бэра; принцип сжимающих отображений: применение принципа сжимающих отображений в теории дифференциальных уравнений; топологическое пространство: сравнение топологий, определяющие системы окрестностей, база; аксиомы счетности; сходящиеся последовательности в  $T$ ; непрерывные отображения: гомеоморфизм; аксиомы отделимости; способы задания топологии в пространстве; метризуемость; компактность и полная ограниченность; предкомпактные множества в метрических пространствах; теорема Арцела; теорема Пеано; равномерная непрерывность; непрерывные отображения метрических компактов.

#### III. Нормированные и топологические линейные пространства:

линейные пространства; выпуклые множества; однородно-выпуклые функционалы; функционал Минковского; теорема Хана-Банаха; отделимость выпуклых множеств в линейном пространстве; нормированное пространство; подпространства нормированного пространства; фактор-пространства нормированного пространства; евклидово пространство: ортогонализация, неравенство Бесселя; замкнутые ортогональные системы; полные евклидовы пространства: теорема Рисса-Фишера; гильбертово пространство: теорема об изоморфизме, подпространство, ортогональное дополнение, прямая сумма подпространств; топологическое линейное пространство, локальная выпуклость, счетно-нормированное пространство.

#### IV. Линейные операторы и линейные функционалы:

непрерывный линейный функционал в топологическом линейном пространстве; линейный функционал в нормированном пространстве; теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве; линейный функционал в счетно-нормированном пространстве; сопряженное пространство, сильная топология в сопряженном пространстве; слабая топология и слабая сходимости в линейном топологическом пространстве; слабая топология и слабая сходимости в нормированном пространстве; слабая топология и слабая сходимости в сопряженном пространстве; пространство основных функций; обобщенные функции; операции над обобщенными функциями; дифференциальные уравнения в классе обобщенных функций; линейный оператор: непрерывность, ограниченность, сумма и произведение линейных операторов, обратный оператор, обратимость; сопряженный оператор: сопряженный оператор в евклидовом пространстве, самосопряженный оператор, спектр оператора; компактный оператор: свойства компактного оператора, собственные значения компактного оператора, компактные операторы в гильбертовом пространстве. Самосопряженные компактные операторы в гильбертовом пространстве.

## V. Мера и интеграл Лебега:

мера элементарных множеств, мера плоских множеств; мера Лебега в общем случае; продолжение меры с полукольца на порожденное им кольцо; аддитивность и  $\sigma$ -аддитивность; Лебегово продолжение меры; измеримые функции: операции над измеримыми функциями; эквивалентность; сходимости почти всюду: теорема Егорова; сходимости по мере: теорема Лузина; связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере; простые функции; интеграл Лебега от простой функции; интеграл Лебега от простой функции; интеграл Лебега по измеримому множеству конечной меры; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; теоремы Лебега, Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла; интеграл Лебега по множеству бесконечной меры; интеграл Лебега как функция множества; теорема Радона-Никодима; меры Стильтьеса: интеграл Лебега-Стильтьеса, интеграл Римана-Стильтьеса.

## VI. Пространство суммируемых функций: пространство $L_1$ :

свойства, всюду плотные множества в нем; пространство  $L_2$ : свойства, всюду плотные множества в нем; теорема об изоморфизме; сходимости в средне-квадратичном и ее связь с другими видами сходимости; Ортогональные системы функций в  $L_2$ ; ряды по ортогональным системам; преобразование Фурье: преобразование Фурье в пространстве  $L_2(-\infty, +\infty)$ , произведение Лапласа.

## VII. Преобразование Фурье:

преобразование Фурье-Стильтьеса; понятие обобщенных функций и их свойства; преобразование Фурье обобщенных функций, приложение к решению дифференциальных уравнений.

### 4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как проблемная лекция, лекция-беседа с применением слайд-проектора.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение и обсуждение вопросов и задач.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

### 5. Оценка планируемых результатов обучения

#### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего

Текущий контроль:		
- опрос	3 баллов	12 баллов
- участие в коллоквиуме	8 баллов	8 баллов
- контрольные работы 1,2	8 баллов	16 баллов
- РГР №1, №2	12 баллов	24 балла
Промежуточная аттестация - экзамен (экзамен по билетам)		40 баллов
<b>Итого за семестр</b>		<b>100 баллов</b>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
67-50/ D,E	удовлетво- рительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

#### *Примерные варианты контрольных работ*

##### *Контрольная работа №1*

- Доказать что если система векторов  $x_1, x_2, \dots, x_n$  содержит нулевой вектор, то она линейно зависима.
- Доказать, что равенство в неравенстве Коши-Буняковского возможно, тогда и только тогда, когда вектора линейно зависимы.
- Доказать, что любая система, состоящая из попарно ортогональных и отличных от нуля векторов  $e_1, e_2, \dots, e_r$ , является линейно независимой.

##### *Контрольная работа №2*

- Пусть  $A$  – линейный оператор, действующий из пространства  $R_1$  в пространство  $R_2$ , такой что  $A^{-1}$  существует. Доказать, что  $A^{-1}$  также линейный оператор.
- Доказать, что, если  $B$  и  $A$ , то  $BA$  – линейный оператор.
- Доказать, что всякая фундаментальная последовательность в евклидовом пространстве ограничена.

#### *Примерные вопросы для коллоквиума*

- Операции над множествами: определения, свойства.
- Отношение эквивалентности: определение, примеры.
- Вполне упорядоченные множества.
- Теорема Цермело.



5. Метрическое пространство.
6. Теорема о вложенных шарах.
7. Пополнение пространства.
8. Теорема существования и единственности решения для дифференциальных уравнений.
9. Топологические пространства: определение и примеры.
10. Теорема о непрерывности отображений топологических пространств.
11. Компактность: определение основные теоремы о компактах.
12. Теорема Арцела.
13. Теорема Хана – Банаха.
14. Нормированные пространства: определение, примеры.
15. Евклидовы пространства: определение, примеры.

### *Примерный вариант РГР №1*

1. Пусть  $A, B, C$  – подмножества некоторого множества  $E$ . Показать, что справедливы следующие утверждения : а)  $A \cap B \cap C = D, D \subset E$ ; б)  $A \cup B \cup C = F, F \subseteq E$
2. Пусть  $S(p) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + p^3$ . Доказать, что  $S(p) = \frac{p^2(p+1)^2}{4}$   
Пользуясь этой формулой, выяснить чему равно  $S(3)$ .
3. Образует ли линейное пространство совокупность всех векторов на плоскости с исключением векторов, параллельных некоторой заданной прямой?
4. Гиперплоскости  $H_1$  и  $H_2$  имеют соответственно размерности 3 и 4. Какой наименьшей размерности взять гиперплоскость  $H_3$ , чтобы она, будучи должным образом расположена в пространстве содержала в себе и  $H_1$  и  $H_2$ ?

### *Примерный вариант РГР №2*

1. Доказать, что для любых двух непересекающихся открытых множеств замыкание одного из них не пересекается с другим.
2. Пусть множество  $A$  открыто и  $A \cap B = \emptyset$ . Доказать, что  $A \cap \overline{Int B} = \emptyset$ .
3. Привести пример топологического пространства  $X$ , в котором некоторая точка  $x$  является предельной для множества  $X \setminus \{x\}$  и никакая последовательность из  $X \setminus \{x\}$  не сходится к  $x$ .
4. Пусть  $d$  — метрика на множестве  $X$  и  $\rho(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$  для любых  $x, y \in X$ . Доказать, что: а)  $\rho$  — метрика на  $X$  и  $\mathfrak{T}_\rho = \mathfrak{T}_d$ ; б) если  $(X, d)$  — полное метрическое пространство, то  $(X, \rho)$  также полное метрическое пространство.
5. Привести пример связных множеств, пересечение которых не связно.
6. Доказать, что если  $A$  и  $B$  — замкнутые множества, объединение и пересечение которых являются связными множествами, то и множества  $A, B$  — связные. Верно ли это утверждение для незамкнутых множеств  $A$  и  $B$ ?
7. Доказать, что подмножество в  $E^2$ , состоящее из точек, у которых хотя бы одна координата иррациональна, связно.
8. Доказать, что в  $E^3$  круговой цилиндр конечной высоты без оснований, однополостный гиперболоид, открытое кольцо и сфера без двух точек гомеоморфны друг другу.
9. Привести пример полного метрического пространства и его изометрического отображения в себя, не имеющего ни одной неподвижной точки.
10. Доказать, что пересечение конечного числа открытых всюду плотных в пространстве  $X$  множеств всюду плотно в  $X$ .
11. Доказать, что топологическое произведение любого семейства связных пространств связно.

12. Доказать, что топологическое пространство со счетной базой сепарабельно. Имеет ли место обратное утверждение?
13. Доказать, что вполне ограниченное метрическое пространство сепарабельно и имеет счетную базу.
14. Доказать, что евклидово пространство  $E^n$  и гильбертово пространство  $I^2$  сепарабельны и имеют счетную базу.
15. Доказать, что любое замкнутое подпространство компактного пространства компактно.
16. Доказать, что в каждом бесконечном компактном пространстве существует счетное незамкнутое множество.
17. Доказать, что любое компактное подпространство хаусдорфова пространства  $X$  является замкнутым в  $X$  множеством.
18. Привести пример топологического пространства, в котором замыкание некоторого компактного множества не компактно.

### Промежуточная аттестация

#### *Примерные контрольные вопросы по курсу*

1. Кольцо множеств.
2. Полукольцо множеств.
3. Борелевские алгебры.
4. Системы множеств и отображения непрерывные отображения метрических пространств.
5. Сходимость.
6. Полные метрические пространства: принцип вложенных шаров.
7. Теорема Бэра.
8. Компактность.
9. Действительные функции на метрических и топологических пространствах.
10. Общее понятие меры.
11. Продолжение меры.
12. Измеримые функции: сходимость по мере.
13. Произведение мер.
14. Пространство  $L_1$ : всюду плотные множества в нем.
15. Пространство  $L_2$ : всюду плотные множества в нем.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы

#### Литература

##### *Основная*

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / В. И. Лебедев. - Изд. 4-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2005. - 295 с.
2. Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. ISBN 978-5-9275-0683-5. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/556115>

##### *Дополнительная*

1. Акивис М.А. Тензорное исчисление: Учебное пособие. - 3. - Москва: Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2005. - 304 с. - [ЭБС Znanium.com]

## 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) <http://www.mccme.ru>
3. Образовательный математический сайт Exponenta.ru <http://www.exponenta.ru>
4. Общероссийский математический портал Math\_Net.Ru <http://www.mathnet.ru>
5. Портал Allmath.ru – вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

## 6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы практических занятий

#### Тема 1. Вводные понятия функционального анализа.

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги: Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znanium.com/go.php?id=556115>  
Глава 1 , №№ 1.2 – 1.20 (четные). Гл. 6: 6.2-6.16

*Контрольные вопросы:* как задаются множества, что называется счетным множеством, что такое не более чем счетное множество, что такое отношение эквивалентности, что такое

мощность множества, что такое частичный порядок, что такое упорядоченные множества? и.т.д.

## **Тема 2. Метрические и топологические пространства.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги: Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniium.com/go.php?id=556115>  
Глава 1 , №№1.22-1.34., 1. 40 -1.64. Гл.2, 2.3-2.7. Гл. 7.2-7.18 четные.

*Контрольные вопросы:* линейное пространство: определение, примеры, что называется непрерывным отображением метрических пространств, что такое открытое и замкнутое множество, что такое отношение эквивалентности, что такое метрика, что такое полное метрическое пространство, что такое пополнение пространства, топологическое пространство: определение, примеры, основные понятия топологии их геометрические интерпретации? и.т.д.

## **Тема 3. Нормированные и топологические линейные пространства.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги: Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniium.com/go.php?id=556115>  
Глава 3 , №№ 3.2-3.10 четные. Гл. 4, 4.2 – 4.12. Гл. 8, 8.4.- 8.20. Гл. 10, 10.2-10.4

*Контрольные вопросы:* как задаются ортогональные базисы, в чем суть процесса ортогонализации, что называется евклидовым пространством, что такое топологическое линейное пространство, что такое нормированное пространство, что такое гильбертово пространство, что такое банаховы пространства, в чем суть теоремы об изоморфизме, что такое функционал? и.т.д.

## **Тема 4. Линейные операторы и линейные функционалы.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги: Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniium.com/go.php?id=556115>  
Глава 9 , №№ 9.2-9.22 (четные).

*Контрольные вопросы:* как определяются функционалы, что называется линейным оператором, что такое сходимости по топологии, что такое сопряженное пространство, что такое обратный оператор, что такое сопряженный оператор, что такое сумма и произведение операторов? и.т.д.

## **Тема 5. Мера и интеграл Лебега.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniium.com/go.php?id=556115>  
Глава3, №№ 3.12-3.16. Гл.4. 4.-2 -4.10

*Контрольные вопросы:* как задаются меры множества, что называется измеримой функцией, что такое сходимость по мере, что такое интеграл Лебега, что называется прямым произведением множеств, что такое предельный переход под знаком интеграла Лебега, что такое интеграл с переменным верхним пределом его аналоги в интеграле Лебега, аналогии с теоремой Барроу, теорема Радона-Никодима, что такое интеграл Стильтьеса, что такое интеграл Римана-Стилтьеса? и.т.д.

### **Тема 6. Пространство суммируемых функций: пространство $L_1$ .**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя из книги: Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniium.com/go.php?id=556115>  
Глава 4 , №№ 4.16-4.20.

*Контрольные вопросы:* что называется пространством  $L_1$ : определение, свойства, примеры, что называется пространством  $L_2$ : определение, свойства, примеры, система тригонометрических функций, напоминание об ортонормированных системах, многочлены Лежандра, что называется сходимостью ряда и условия сходимости ряда Фурье? и.т.д.

### **Тема 7. Преобразование Фурье.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* решать задачи по выбору преподавателя.

*Контрольные вопросы:* суть теоремы Фейера, что называется преобразованием Фурье: определение, свойства, примеры, что такое свертка функций, преобразование Фурье в специальных пространствах? и.т.д.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Функциональный анализ» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: обучение студента фундаментальным методам теории метрических пространств, теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях.

Задачи: научить студента двойному зрению: с одной стороны следить за внутренней логикой развития теории множеств, общей теории непрерывных отображений метрических и топологических пространств, линейных пространств и функционалов и операторов на них, чистой теории меры и интегрирование в общих «пространствах с мерой», с другой – не упускать из виду обслуживаемую этими более абстрактными областями математики проблематики классического и даже прикладного анализа.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать*: фундаментальные методы теории метрических пространств, основы теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях;

*Уметь*: решать задачи функционального анализа с учетом прикладных задач;

*Владеть*: навыками решения тематических задач курса.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ<sup>1</sup>**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

---

<sup>1</sup> Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.